

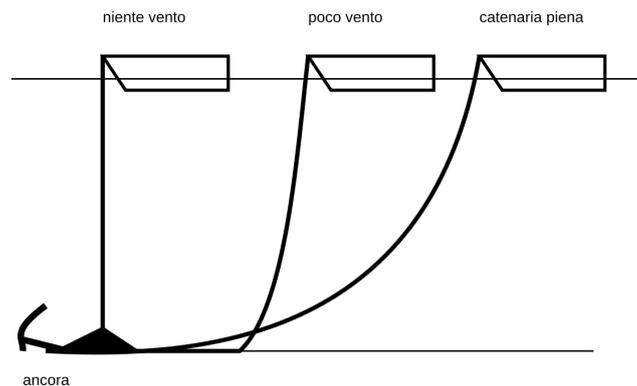
STUDIO CATENARIA

20 marzo 2018

La catenaria è quella particolare curva in cui si dispone naturalmente una catena tenuta per i suoi due estremi.

Si ritiene che questa curva abbia delle proprietà ammortizzanti contro le improvvisate spinte del vento contro una barca all'ancora, ma questa funzione viene troppo spesso sopravvalutata.

La prima osservazione è che una catena di una barca all'ancora assume la forma di una catenaria completa solo con un valore della spinta del vento, spinta che chiameremo *spinta ottimale*, con venti inferiori la catena poggia parzialmente sul fondo e la sua reazione è data dal peso della catena che si solleva, molto poco dalla forma della catenaria.



Con venti inferiori alla spinta *ottimale* l'ancora non viene sollecitata verticalmente, quindi non ci sono pericoli che spedi, oltrepassata questa spinta la catena inizia a cercare di sollevare l'ancora e in questo caso assume la forma di un segmento di catenaria.

La spinta *ottimale* dipende dal peso della catena, dalla lunghezza della catena e dal calumo.

È interessante calcolare il valore della spinta ottimale per un caso tipico di ancoraggio.

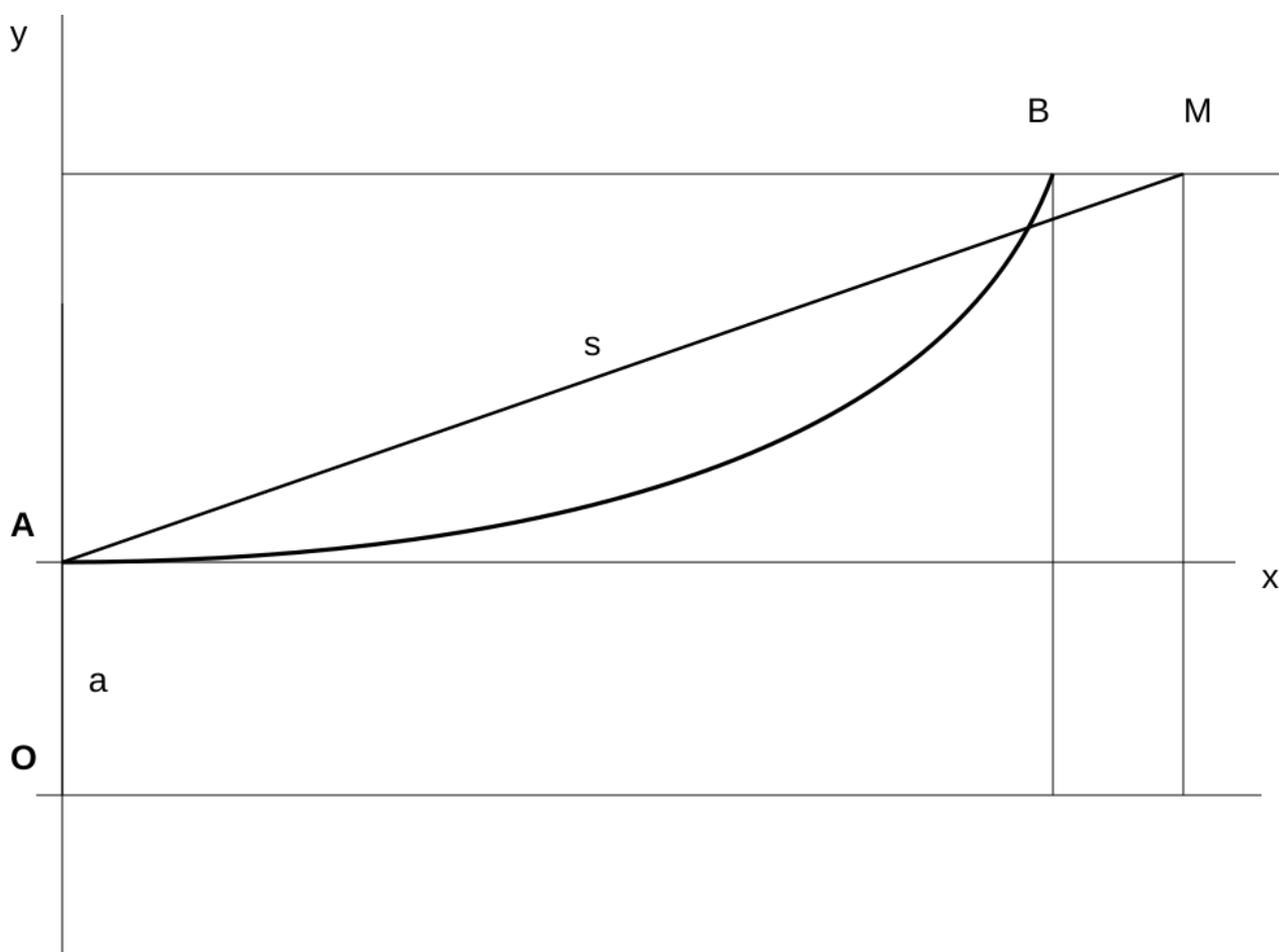
Le spinte prodotte dal vento su una barca di 35 piedi all'ancora secondo ABYC sono:

Vento		kg
10 N		50
15 N	Breve sosta	100
21 N		200
30 N	Normale	400
42 N	Tempesta	800
60 N	Temp. violenta	1600

Vediamo il caso di un ancoraggio con 50 metri di catena da 10 mm, peso 2,3 kg/m, in 10 metri di profondità (ovvero calumo 5).

La catenaria ha l'interessante proprietà che in ogni suo punto la tensione orizzontale è $H = wa$, ove w è il peso unitario della catena e a un parametro che definisce la forma della catenaria.

Siamo nella situazione della figura seguente.



Nella figura sono visibili:

s = lunghezza della catena, 50 m
 p = profondità fondale, 10 m
 $A-M$ = la catena distesa, con lunghezza s
 x_M la distanza massima alla quale si porterebbe la barca rispetto l'ancora con la catena completamente tesa
 x_B la distanza orrizzontale dell'ancora dalla verticale della prua

Va subito fatto notare che anche quando viene tesata al massimo, la catena non si dispone praticamente mai completamente distesa, conservando sempre una piccolissima curvatura, dal momento che per tenderla perfettamente teoricamente ci vorrebbe una forza infinita.

Ponendo nel foglio elettronico *catenaria.xls* scaricabile in: http://www.accademiavelica.it/IT/documentazione/_catenaria/catenaria.xls vari valori di a trovo il valore di x_B che soddisfa p e s , ricordando che:

$$y = a * \cosh(x/a)$$

$$p = y_B - a$$

$$s = a * \sinh(x/a)$$

essendo $y_A = a$

Una volta trovati a e x_B posso trovare le reazioni, che in ogni punto valgono

$T = w * y_x$ la forza tangenziale in ogni punto y_x

$H = w * a$ la componemte orrizzontale, costante

$V = w * s_x$ la componente verticale nel punto y_x

ove w è il peso della catena per unità di lunghezza

È importante notare che H è sempre uguale in ogni punto della catena, mentre T e V dipendono per punto in cui si calcolanp.

La H è la forza che trattiene la barca ed è quella che maggiormente ci interessa.

Dalla tabella elettronica *catenaria-buona.xls* il valore di a della parabola che soddisfa $s=50$ e $p=10$ è di $a=120$, per cui la spinta del vento è $S = wa = 2,3 * 120 = 276kg$, quindi abbiamo un vento di poco superiore a 21 nodi, basta quindi un vento non particolarmente forte per far assumere alla catena la configurazione della catenaria completa.

In questa configurazione x_B risulta di 48,7m mentre con la catena totalmente distesa la distanza teorica x_M sarebbe di 48,98m, quindi la prua si potrebbe spostare solo di 28 cm al massimo quando la

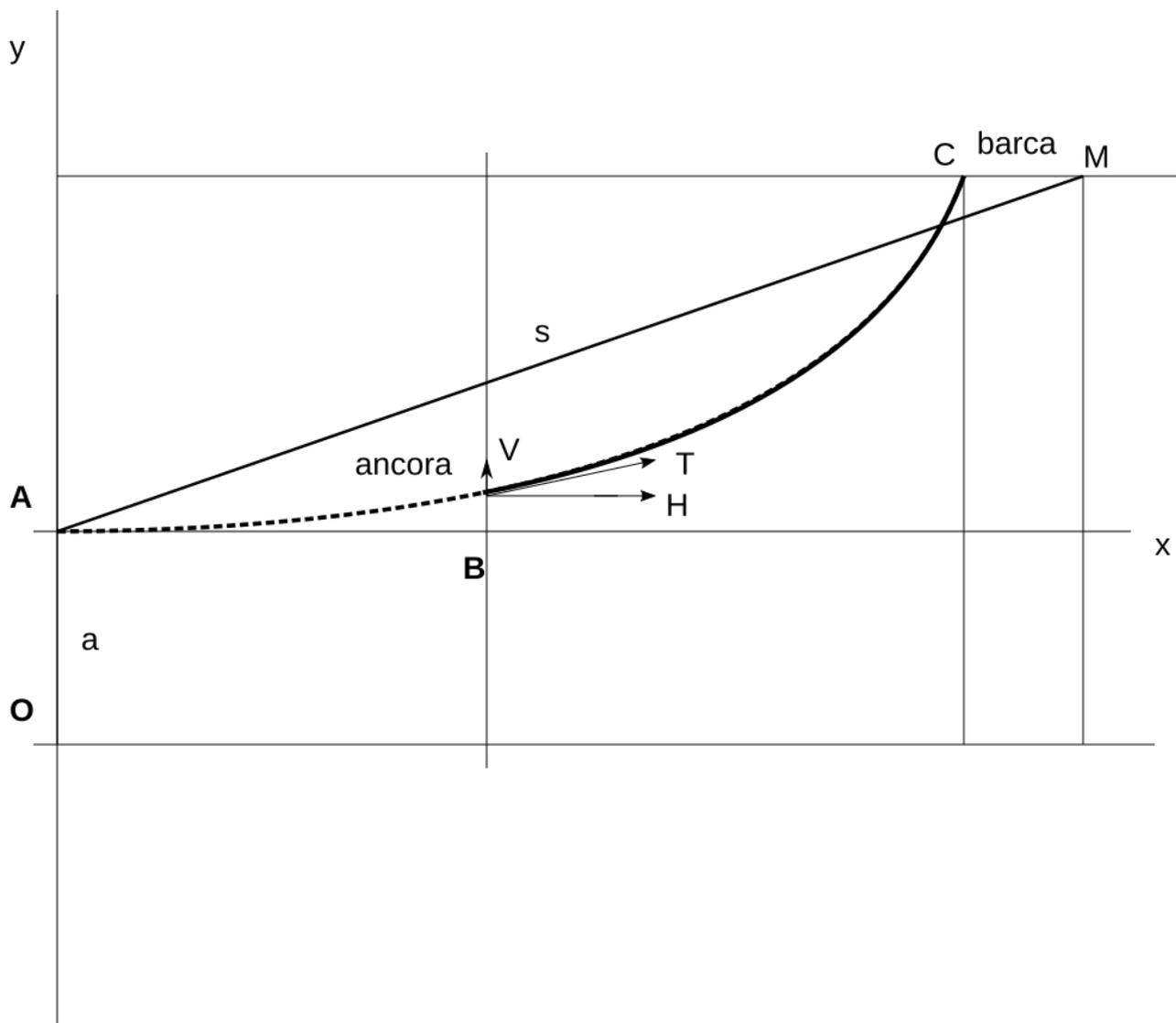
catena si dispone dalla posizione catenaria alla posizione rettilinea!!

Quindi tutto l'effetto di ammortamento viene fatto dalla catena quando si porta dalla posizione di riposo a quella di catenaria, poi ogni spinta superiore non trova reazione elastica e contribuisce solo ad aumentare la spinta al sollevamento dell'ancora.

Oltre la catenaria

Se il vento rinforza la catena assume una forma che è un segmento di catenaria, in quanto l'ancora trattiene verticalmente la catena e inizia a venir sottoposta a una forza verticale che cerca di spedarla.

Ci troviamo nella situazione della figura seguente.



A -origine della catenaria completa
B -posizione dell'ancora
C -posizione della prua
B-C -catena
p =fondale
s= lunghezza catenaria

Sappiamo che per portare la catena in questa configurazione sollevata ma trattenuta dall'ancora ci deve essere una spinta maggiore di prima, quindi scelgo la costante *a* relativi alle spinte del vento della tabella ABYC.

Qui il calcolo è un po' più complesso.

Essendo

$$y_B = a \cosh(x_B/a)$$

$$y_C = a \cosh(x_C/a)$$

per cui deve esser soddisfatta

$$p = y_C - y_B = 10$$

La lunghezza della catena è:

$$s = s_C - s_B = 50$$

ove

$$s_C = a \sinh(x_C/a)$$

$$s_B = a \sinh(x_B/a)$$

Questo calcolo è molto complesso anche con l'aiuto della tabella elettronica in quanto gli spostamenti sono piccoli e ci sono diversi segmenti di catenaria da esaminare che soddisfano all'incirca p e s .

A questo punto posso calcolare gli sforzi come prima, ma anche la spinta V che tende a sollevare l'ancora.

$H = wa$ in ogni punto e quindi anche in B e C

$T = wy$ che in y_B vale $w*y_B$ e in y_C vale $w*y_C$

$V_B = w*s_B$

$V_C = w*s_C$

Ove V_B è la forza che solleva l'ancora, V_C quella che tira giù il musone, che è contrastata dal galleggiamento e ci interessa poco.

Data una certa spinta del vento, ovvero a , dalla tabella elettronica con vari valori di x_C e x_B trovo il segmento di parabola che soddisfa $s=50$ e $p=10$.

Abbiamo già trovato che la configurazione ottimale vuole una a di 120 e una spinta di 276kg, quindi fino a circa 25 nodi il calcolo regge. Poi troviamo

Vento, nodi	Spinta, kg	a	Segmento, x	V, kg
30	400	173	62-13,3	30,6
42	800	348	100-51,2	117
60	1600	696	170-121,2	278

Siamo sempre con calumo 5, profondità 10 m, catena 10mm, 2,3 kg/m.

Dalla tabella si vede che la forza che tende a sollevare l'ancora non è mai preoccupante fino a 42 nodi, con venti superiori sarà meglio aumentare il calumo.